
Calcul statistique des chaînes de cotes avec des distributions hétérogènes non indépendantes

Bernard Anselmetti * – Mohammed Radouani **

* *Institut Universitaire de Technologie de Cachan*
Université Paris 11 – France {bernard.anselmetti@iut-cachan.u-psud.fr}

** *Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès*
Université My Ismaïl – Maroc {radouani_m@yahoo.com}

*, ** *Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée*
Ecole Normale Supérieure de Cachan
61 avenue du Président Wilson, 94 235 Cachan cedex – France
<http://www.lurpa.ens-cachan.fr> {anselmetti ; radouani}@lurpa.ens-cachan.fr

RÉSUMÉ. Pour respecter les exigences fonctionnelles d'un mécanisme, de nombreuses spécifications sont nécessaires. Les méthodes statistiques de répartition des tolérances sont très intéressantes. Cet article précise le mode d'emploi des méthodes probabiliste, quadratique et semi-quadratique et donne des règles de choix du modèle pour des chaînes de cotes unidirectionnelles. Le mode de calcul sera détaillé lorsque les pièces ont des modèles statistiques différents et lorsque des pièces ou des spécifications ne sont pas indépendantes.

ABSTRACT. To respect the functional requirements of a mechanism, many specifications are necessary. The statistical methods of distribution of the tolerances are very interesting. This article specifies the instructions of the methods probabilistic, quadratic and semi-quadratic and gives rules of choice of the model. The calculation method will be detailed when models of parts of a dimension chain are different and when parts or specifications are not independent.

MOTS-CLÉS : chaîne de cotes, cotation fonctionnelle, statistique, indépendance des pièces.

KEYWORDS: tolerance chains, functional tolerancing, statistic, independence of parts

1. Traitement statistique des chaînes de cotes

1.1. Présentation sur un exemple

Dans le cycle de conception et de réalisation d'un produit, l'étape tolérancement intervient lorsque le mécanisme et le processus de réglage sont parfaitement définis. Dans cette étape, le concepteur cherche à maximiser les tolérances pour réduire les coûts de production. Le calcul "au pire des cas" de la chaîne de cotes est souvent pratiqué, mais il est jugé très défavorable. La démarche statistique est basée sur la constatation qu'il est très rare que toutes les pièces influentes sur une exigence soient simultanément défavorables pour cette exigence.

La figure 1 montre un empilage de 6 pièces A à F. L'exigence fonctionnelle étudiée X est le jeu dans cet empilage. La variation admissible sur X est de 0,12mm. Pour un assemblage donné, si $a_k, b_k, \dots$ sont les dimensions des pièces, la valeur de la résultante est $x_k = a_k - (b_k + c_k + d_k + e_k + f_k)$. La cotation de chaque pièce selon les normes ISO de cotation utilise des spécifications de localisation et est similaire à celle de la pièce B.

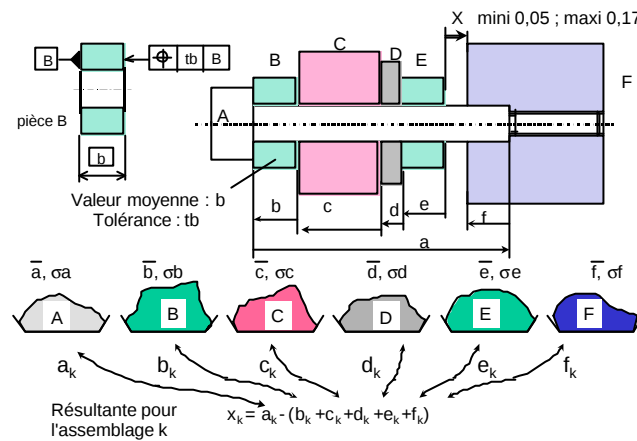


Figure 1. Chaînes de cotes unidirectionnelles

La répartition des tolérances pour respecter une exigence fonctionnelle donnée est obtenue par le traitement des inéquations correspondant à la chaîne de cotes. La méthode classique appelée *au pire des cas* ou *arithmétique* est largement connue et peut être utilisée dans toutes les situations. Elle impose d'écrire les inégalités suivantes :

$$a - (b + c + d + e + f) + (ta + tb + tc + td + te + tf)/2 \leq X_{\text{maxi}}$$

$$a - (b + c + d + e + f) - (ta + tb + tc + td + te + tf)/2 \geq X_{\text{mini}}$$

Avec une répartition uniforme des tolérances, la tolérance sur X étant 0,12 mm, la tolérance sur chaque pièce est : $t_a = t_b = t_c = t_d = t_e = t_f = 0,12 / 6 = 0,02$.

1.2. Modèles probabilistes

La méthode probabiliste considère que toute pièce conforme doit être acceptée, sans aucune restriction sur la distribution du lot livré. La surface tolérancée doit être dans la zone de tolérance. Les distributions des lots peuvent donc évoluer en fonction des réglages, des changements de températures ou de matériaux...

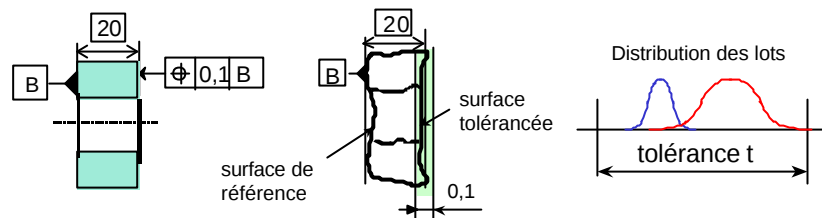


Figure 2. Critère d'acceptation d'une pièce

Le calcul des chaînes de cotes est fait en prévisionnel. Le *modèle probabiliste uniforme* considère qu'il y a autant de chance d'avoir une petite, une moyenne ou une grande pièce [CRA 84]. Ce modèle de calcul suppose que la pièce peut être représentée par une grandeur aléatoire avec une distribution parfaitement uniforme sur tout l'intervalle (figure 3a).

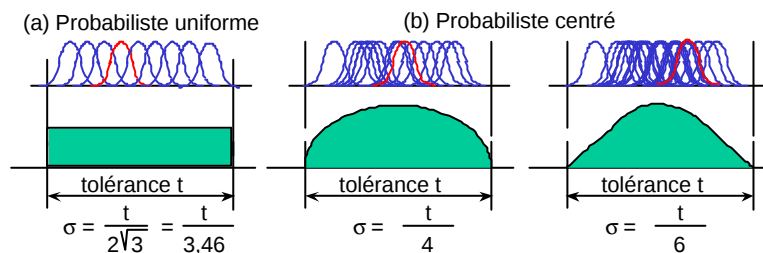


Figure 3. Modèles probabilistes uniforme et centré

L'écart type de la distribution peut être calculé par la relation suivante :

4 Conception et Production Intégrées : CPI'2003

$$\sigma^2 = \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} f(x) \cdot x^2 dx \text{ d'où : } s = \frac{t}{2\sqrt{3}} = \frac{t}{3,46}$$

Pour certains types de production, le concepteur peut estimer qu'il a plus de chance d'avoir une pièce au centre de l'intervalle. Il doit donc définir une loi de probabilité centrée en relation avec la fabrication et faire le calcul intégral pour calculer l'écart type prévisionnel sous la forme $\sigma = \frac{t}{2 \cdot q}$. Les valeurs courantes du modèle *probabiliste centré* sont $q = 2$ et $q = 3$ (Figure 3b).

Ce modèle probabiliste centré est notamment justifié si la spécification fonctionnelle de la pièce est obtenue par un transfert de cotes de fabrication sur deux ou plusieurs phases. Si les distributions sur les cotes fabriquées sont uniformes, la distribution sur la résultante est centrée (triangulaire s'il y a deux cotes fabriquées de même intervalle de tolérance).

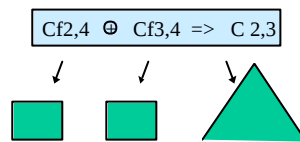


Figure 4. Cumul des tolérances de fabrication

Compte tenu de ces modèles prévisionnels de distributions, il est possible de déterminer la distribution sur la résultante étudiée X. Avec le modèle probabiliste uniforme, s'il y a au moins 5 pièces avec des tolérances du même ordre de grandeur, la distribution résultante est pratiquement normale (figure 5a). S'il y a moins de 5 pièces ou si les tolérances ne sont pas équilibrées, la distribution de la résultante n'est pas normale (figure 5b et 5c). Si les distributions des pièces sont centrées, la résultante a une plus forte tendance à s'approcher d'une loi normale.

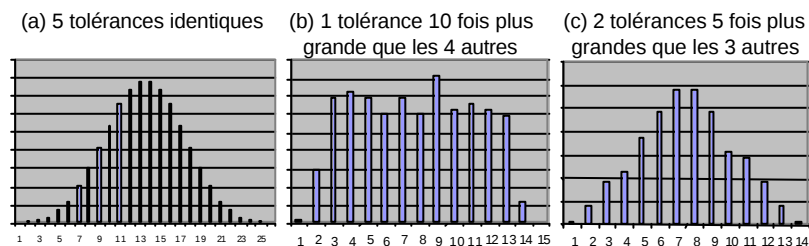


Figure 5. Distribution sur la résultante

Par contre, quelles que soient les formes des distributions, si les pièces sont indépendantes, l'écart type de la résultante respecte la relation :

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma a^2 + \sigma b^2 + \sigma c^2 + \sigma d^2 + \sigma e^2 + \sigma f^2}.$$

En conséquence, la distribution de la résultante a un écart-type σ_x (figure 6) et est centrée sur le nominale.

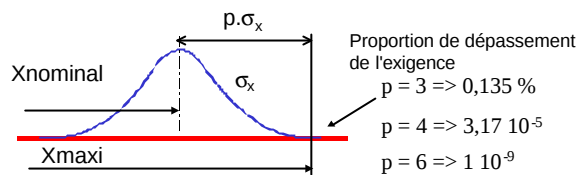


Figure 6. Probabilité de respect de l'exigence

S'il y a au moins 5 pièces dans la chaîne de cotes, la distribution prévisionnelle de la résultante est proche de la loi normale. La table de la loi normale donne la valeur de p qui correspond à une certaine probabilité d'être dépassée. La valeur souvent admise est $p = 3$ pour obtenir une probabilité de 99,86%. Si la résultante n'est pas normale, elle a tendance à être trapézoïdale et ce calcul est plutôt pessimiste.

La relation de calcul est : $X \text{ nominal} + p \cdot \sigma_x \leq X_{\text{maxi}}$. Si toutes les pièces suivent un modèle probabiliste uniforme ($q = \sqrt{3}$), la relation pratique est :

$$X \text{ nominal} + \frac{p}{2 \cdot q} \cdot \sqrt{\sum (t_i)^2} \leq X_{\text{maxi}} \text{ soit } X \text{ nominal} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\sum (t_i)^2} \leq X_{\text{maxi}}$$

Si une pièce ou un lot est livré à la limite de tolérances, le risque de non-respect de l'exigence est acceptable avec le modèle uniforme, mais augmente sensiblement avec q pour le modèle centré [ANS 00], [RAD 03] (pour 5 pièces dans la chaîne de cotes et $q = 3$, le risque est de 2%).

1.3. Modèles quadratiques

La méthode *quadratique centrée* considère que toute pièce conforme doit être acceptée, mais que la distribution du lot livré doit être centrée (pas forcément normale), avec peu de pièces aux bords de l'intervalle. Généralement l'écart type choisi est : $\sigma = \frac{t}{2 \cdot q}$ avec $q = 3$.

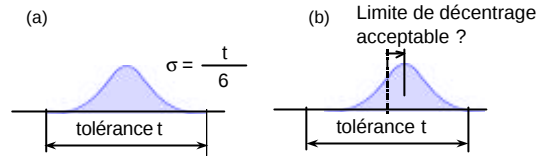


Figure 7. *Modèle quadratique centré*

Avec ce modèle, si toutes les pièces suivent une distribution avec $t = 2.q.\sigma$, la résultante suit naturellement une loi sensiblement normale s'il y a plus de 5 pièces dans l'assemblage. La relation à vérifier est :

$$X_{\text{nominal}} + \frac{p}{2.q} \cdot \sqrt{\sum (t_i)^2} \leq X_{\text{maxi}}$$

En pratique la distribution d'un lot n'est jamais parfaitement centrée (figure 7.b). De plus, la distribution est différente suivant le point de la surface des pièces (figure 8) [ANS 01a]. Il faut donc une indication sur le décentrage admissible.

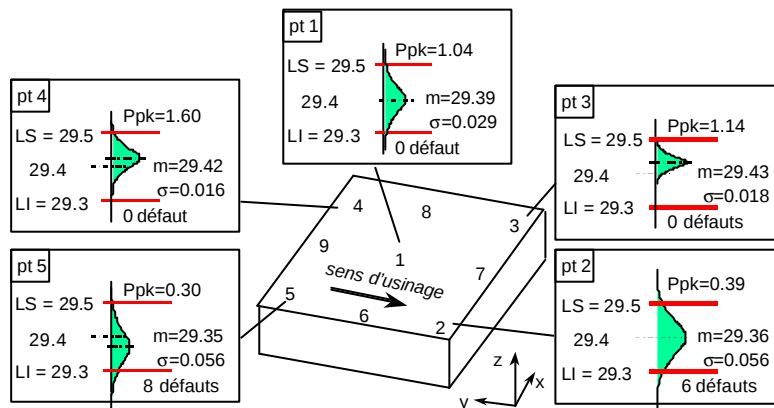


Figure 8. *Fluctuation des distributions suivant le point de mesure*

1.4. Modèles semi-quadratiques

Face au problème du décentrage, les méthodes *semi-quadratiques* considèrent que toute pièce conforme doit être acceptée, mais que la distribution du lot livré doit être vérifiée avec un écart type maximum et avec une moyenne dans un intervalle donné, afin de laisser une plage de réglage. Il n'est pas forcément nécessaire d'avoir une distribution parfaitement normale.

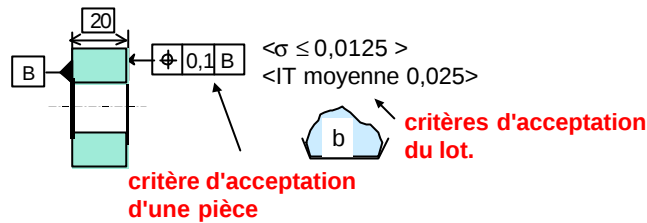


Figure 9. Tolérancement avec contrôle statistique des lots de pièces

Pour cela, la spécification portée sur le dessin de définition doit donner l'écart type maximal admissible sur le lot et l'intervalle de tolérance dans lequel doit se trouver la moyenne du lot. Dans l'état actuel, il n'existe pas d'écriture normalisée de ces indications sur les dessins (figure 9). Il faut mettre les indications en commentaires et confirmer ce protocole par un accord formel entre le client et le fournisseur. Srinivasan propose une écriture d'indicateurs à droite du cadre de tolérance [SRI 98].

Il existe alors deux approches, suivant que l'écart-type de la distribution peut être estimé ou non (figure 10).

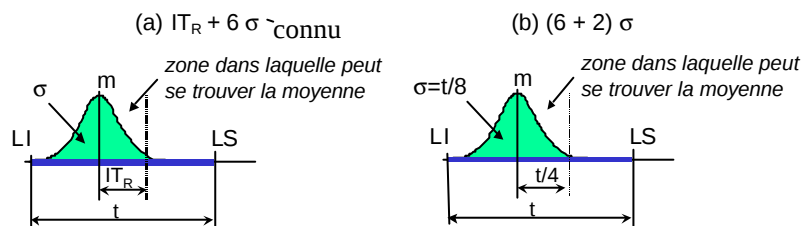


Figure 10. Modèles semi-quadratiques

Si l'écart type σ est connu (figure 10a), il faut allouer une plage de réglage IT_R la plus grande possible. La tolérance de cette pièce est alors $t = IT_R + 6\sigma$. Si ce modèle est appliqué pour toutes les pièces de la chaîne de cotes, pour respecter l'exigence, il faut :

$$X_{\text{nominal}} + 1/2 \cdot \sum IT_{Ri} + p \sqrt{\sum (s_i)^2} \leq X_{\text{maxi}}$$

8 Conception et Production Intégrées : CPI'2003

Il est possible de supposer que pour chaque pièce, la probabilité de la moyenne est uniforme sur l'intervalle IT_R . Dans ce cas, si le nombre de maillons est supérieur ou égal à 5, on a $\sigma_R = \frac{IT_R}{2\sqrt{3}}$ et la relation devient :

$$X_{\text{nominal}} + p\sqrt{\sum (\sigma_{Ri})^2} + p\sqrt{\sum (\sigma_i)^2} \leq X_{\text{maxi}} \text{ soit :}$$

$$X_{\text{nominal}} + \frac{p}{2\sqrt{3}} \sqrt{\sum (IT_{Ri})^2} + p\sqrt{\sum (\sigma_i)^2} \leq X_{\text{maxi}}$$

Si l'écart-type de la distribution est inconnu (figure 10b), il faut se fixer une répartition entre la dispersion 6σ et la plage de réglage de la moyenne IT_R . La méthode $(6+2)\sigma$ est un choix équilibré : l'écart type de la distribution est $\sigma = t/8$ et la moyenne se trouve dans l'intervalle $IT_R = t/4$ de sorte que $IT_R + 6\sigma = IT_X$. La distribution de la position de la moyenne est elle-même centrée. Dans ce cas, il est possible de définir un écart type équivalent en considérant que la moyenne sera décalée avec une distribution uniforme dans l'intervalle IT_R , c'est-à-dire avec un écart-type $\sigma_R = \frac{IT_R}{2\sqrt{3}} = \frac{t}{8\sqrt{3}}$. Si ce modèle est appliqué pour toutes les pièces de la

chaîne de cotes, la distribution résultante est normale, mais la moyenne de cette résultante sera décalée par rapport à la valeur nominale. Pour respecter l'exigence, il faut :

$$X_{\text{nominal}} + p\sqrt{\sum (\sigma_{Ri})^2} + p\sqrt{\sum (\sigma_i)^2} \leq X_{\text{maxi}}$$

$$\text{Soit : } X_{\text{nominal}} + p\left(\frac{1}{8\sqrt{3}} + \frac{1}{8}\right)\sqrt{\sum (t_i)^2} \leq X_{\text{maxi}}$$

Ceci revient à affecter à chaque pièce un écart type équivalent

$$\sigma_{\text{eq}} = \frac{(1+\sqrt{3}) \cdot t}{8\sqrt{3}} = \frac{t}{5,07}$$

2. Traitement statistique des chaînes de cotes avec des modèles hétérogènes

2.1. Principe du calcul

La relation sur les écarts-types est vraie quelle que soit la forme des distributions de chaque composante. La distribution de la résultante est sensiblement normale dès qu'il y a au moins 5 pièces dans la chaîne de cotes. Pour chaque pièce, il faut donc définir le modèle statistique pour estimer l'écart-type en fonction de la tolérance. Il faut ensuite déterminer la proportion acceptable d'assemblages non conformes et trouver p dans la table de la loi normale. La relation résultante est illustrée figure 11.

Probabilité désirée ($p=3$ pour 99,86%)

$$X \text{ nominal} + p \sqrt{\frac{ta^2}{(2\sqrt{3})^2} + \frac{tb^2}{4^2} + \frac{tc^2}{6^2} + \frac{td^2}{6^2} + \frac{te^2}{(5,07)^2} + \sigma_f^2} + ITf/2 \leq X_{\text{maxi}}$$

- (a) probabiliste uniforme
- (b) probabiliste centré 4σ
- (c) probabiliste centré 6σ
- (d) quadratique centré 6σ
- (e) semi-quadratique $(6+2)\sigma$
- (f) semi-quadratique

Figure 11. Cumul statistique de pièces avec des distributions hétérogènes

Cette relation montre qu'il suffit de cumuler les écarts-types. Par contre, les décalages des moyennes issues des modèles semi-quadratiques s'ajoutent simplement au nominal. Toutefois, s'il y a plus de 5 pièces avec des modèles semi-quadratiques ayant des intervalles de tolérance sur la moyenne IT_i du même ordre de grandeur, il est aussi possible de faire un calcul probabiliste sur le cumul des décalages des moyennes :

Probabilité désirée ($p=3$ pour 99,86%) Tolérances sur les moyennes

$$X \text{ nominal} + p \sqrt{\Sigma \sigma_i^2} + \frac{p}{2\sqrt{3}} \sqrt{ITa^2 + ITb^2 + ITc^2 + ITd^2 + ITE^2} \leq X_{\text{maxi}}$$

Figure 12. Cumul statistique des modèles semi-quadratiques

2.2. Influence de la forme des distributions

Rappelons qu'il s'agit d'un calcul prévisionnel. Si la distribution de chaque lot de pièces est normale, la distribution de la résultante est normale. Le calcul de p à l'aide de la table de la loi normale pour obtenir la probabilité désirée est parfaitement justifié. Par contre, si les distributions prévisionnelles des pièces ne sont pas normales, la résultante n'est pas parfaitement normale. Le calcul de la probabilité est erroné, mais il est généralement pessimiste. Il est admis que ce calcul de la probabilité est acceptable s'il y a au moins 5 pièces indépendantes dans la chaîne de cotes avec des tolérances du même ordre de grandeur.

2.3. Influence du nombre de pièces

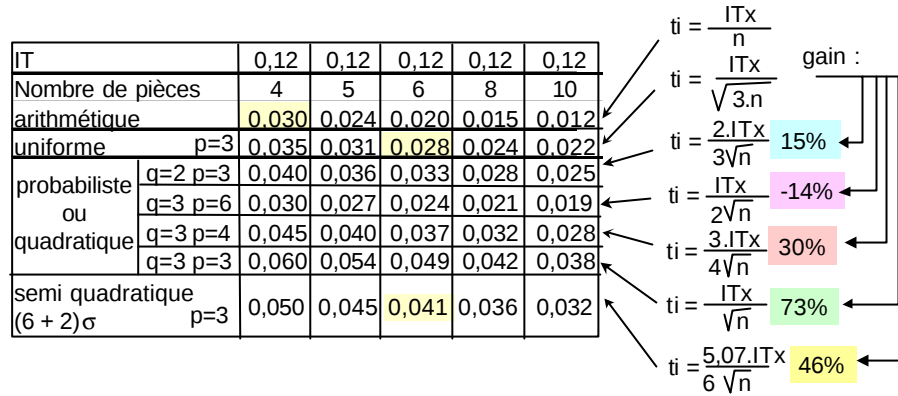


Figure 13. Influence du nombre de pièces

La figure 13 montre les tolérances obtenues sur un mécanisme similaire à la figure 1, avec des pièces respectant le même modèle en fonction du nombre de pièces de la chaîne de cotes et des coefficients p et q choisis.

2.4. Comparaison des méthodes

La figure 14 compare les différents modèles pour $ITx = 0,12$ et $n = 6$ pièces. Suivant le modèle de distribution choisi, l'intervalle de tolérance est plus ou moins large.

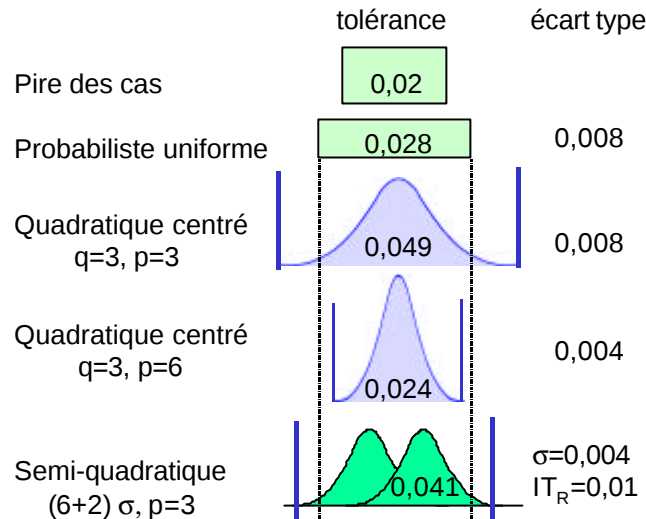


Figure 14. Comparaison des méthodes

Le modèle au pire des cas est le plus sévère, mais le plus sûr. Le modèle probabiliste uniforme apporte un gain de 40% pour $n=6$ pièces. Il est donc très intéressant, car il ne nécessite aucun contrôle statistique des lots.

Le modèle quadratique centré $q=3\sigma, p=3\sigma$ apporte un nouvel élargissement très séduisant des tolérances (0,049), mais elle impose un suivi statistique des lots et pose un problème de critère d'acceptation des lots avec une moyenne décentrée. En plus, la production doit s'assurer que la plupart des pièces soient proches de la moyenne, afin de garantir l'écart-type $\sigma = t/6 = 0,008$, ce qui fait que globalement, la production sera plus difficile à réaliser qu'avec la méthode probabiliste uniforme. Le bilan n'est donc pas intéressant. Une variante avec $p = 6$ semble offrir une amélioration considérable de la qualité avec une proportion de défectueux de 10^{-9} . La tolérance (0,024) et l'écart type (0,004) sont en pratique aussi sévères (voire plus) que le modèle au pire des cas, lorsque le nombre de pièces est faible. Cette restriction est tout à fait inutile.

Le modèle semi-quadratique apporte un élargissement significatif de la tolérance (0,041) par rapport au modèle probabiliste uniforme, mais au prix d'un suivi statistique des lots en production et à la réception. Il faut en particulier noter que le mélange de deux lots conformes peut donner un lot non conforme (avec un écart-type trop large). Ceci impose un suivi rigoureux des lots à chaque perturbation des facteurs de variabilité (changement de réglage, de matière, de température...).

2.5. Règle de choix

En synthèse, la règle proposée dépend du nombre de pièces dans la chaîne de cotes :

- s'il y a moins de cinq pièces : modèle au pire des cas,
- sinon (coût réduit) : modèle probabiliste uniforme (pas de contrôle des lots)
- sinon (coût plus élevé) :
 - . si l'écart-type est connu : le modèle semi-quadratique $t = 6\sigma + IT_R$
 - . si l'écart-type n'est pas connu : le modèle semi-quadratique $t = (6 + 2)\sigma$.

3. Traitement avec des spécifications non indépendantes

3.1. Pièces identiques dans le mécanisme

La relation de base du calcul statistique est : $\sigma = \sqrt{\sum (\sigma_i)^2}$. Cette relation impose que des différentes dimensions des pièces soient indépendantes. Les paragraphes suivants montrent les traitements à appliquer lorsque la chaîne de cotes comporte des pièces identiques. Pour chaque mécanisme des figures 15 à 17, les pièces C1 et C2 sont identiques et susceptibles d'être issues d'un même lot de fabrication.

Dans la figure 15, le jeu J dépend des dimensions des pièces :

$$J = d_k - (c_{k1} + a_k + b_k + c_{k2}).$$

Le montage est dit *en série*, car les dimensions des deux pièces C1 et C2 s'ajoutent dans la relation du jeu. Si c_{k1} est grand, il est aussi très probable que c_{k2} soit grand. L'effet est doublé. Dans ce cas, l'écart-type caractérisant le jeu est :

$$\sigma_J = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + (2\sigma_c)^2 + \sigma_d^2}$$

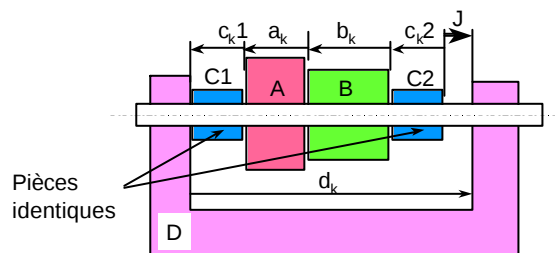


Figure 15. Influence de pièces non indépendantes en série

Dans la figure 16, la hauteur X de l'alésage dépend des dimensions des pièces :

$$X = a_k + b_k + (c_{k1} + c_{k2})/2.$$

Le montage est dit *en parallèle*, car les dimensions des deux pièces s'ajoutent dans la relation, mais avec un coefficient 0,5. Si c_{k1} est grand, il est aussi très probable que c_{k2} soit grand. L'effet est doublé, mais avec un coefficient 0,5. Cela revient exactement comme s'il n'y avait qu'une seule pièce C au centre. Dans ce cas, l'écart-type caractérisant la hauteur X est : $\sigma_J = \sqrt{\sigma_d^2 + (0.5 \times 2 \cdot \sigma_c)^2 + \sigma_b^2}$

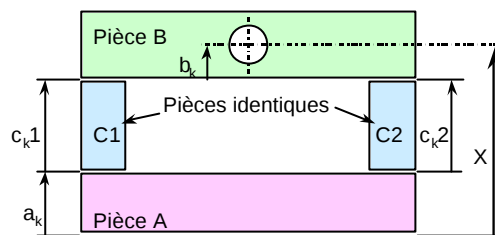


Figure 16. Influence de pièces non indépendantes en parallèle

Dans la figure 17, le jeu dépend des dimensions des pièces :

$$X = a_k + c_{k2} - b_k - c_{k1}.$$

Le montage est dit *différentiel*, car c'est la différence des dimensions des deux pièces qui intervient dans la relation. Si on est sûr que c_{k1} et c_{k2} sont tirés du même lot, si c_{k1} est grand, il est très probable que c_{k2} soit aussi grand. Le jeu J ne dépend pas du réglage de la dimension des pièces C. La différence est nulle à la variation aléatoire près σ_{ca} . Dans ce cas, l'écart-type caractérisant le jeu J est :

$$\sigma = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + 2(\sigma_{ca})^2}$$

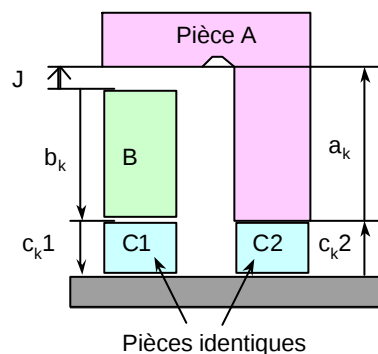
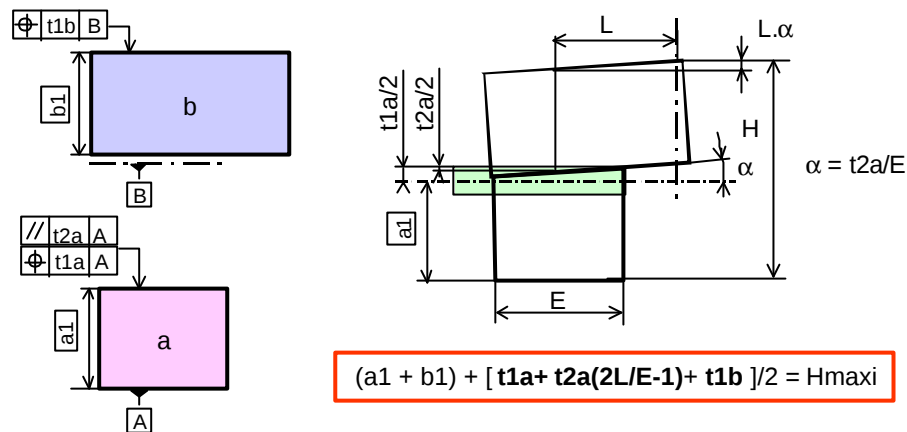
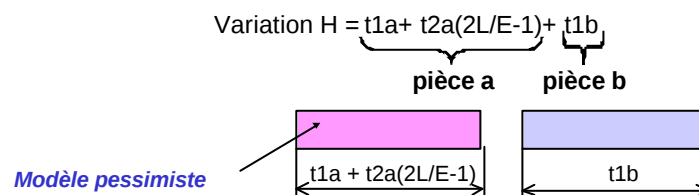


Figure 17. Influence de pièces non indépendantes en différentiel**3.2. Influence de plusieurs spécifications sur une même pièce**

La hauteur Hmaxi de cet empilage figure 18 dépend notamment du défaut angulaire α de la pièce d'appui.

**Figure 18.** Spécifications non indépendantes

Les tolérances de position t_{1a} et d'orientation t_{2a} de la pièce a ne sont pas indépendantes. Elles ne peuvent pas être cumulées de manière statistique. Il faut considérer l'influence globale de chaque pièce sur l'exigence. Par exemple, la méthode probabiliste uniforme suppose que cette influence est uniformément probable sur toute l'étendue de l'intervalle. Ces termes sont donc regroupés entre parenthèses dans le calcul de l'écart-type résultant.

**Figure 19.** Regroupement des tolérances d'une pièce

La variation probabiliste de H est donc :

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{t1a + t2a(2L/E - 1)}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{t1b}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \dots}$$

4. Gestion quantitative des tolérances

La cotation des pièces est obtenue sous forme de spécifications ISO de tolérancement. Les résultantes sont des inéquations dont les inconnues sont les tolérances [ANS 00]. La gestion quantitative des tolérances est illustrée ici sous EXCEL. Le problème de ce modèle de données est qu'une spécification intervient dans plusieurs chaînes de cotes, parfois avec peu de composantes, ce qui impose un calcul arithmétique, parfois avec de nombreuses composantes, ce qui permet un calcul statistique.

Chaque pièce est définie par une feuille EXCEL (figure 20) qui récapitule les spécifications de cette pièce, avec les tolérances et l'écart-type correspondant en fonction du modèle de distribution choisi ($\sigma = \frac{t}{2q}$ avec par exemple $q = \sqrt{3}$ pour une distribution uniforme).

Pour chaque chaîne de cotes, le calcul de la résultante est effectué à partir des tolérances et des écarts-types de chaque spécification de chaque pièce. Par exemple, pour l'exigence F9, le concepteur a choisi un calcul statistique avec une proportion de pièce devant respecter l'exigence de 99,86% en définissant la valeur de $p = 3$. Pour l'exigence F1, il a choisi un calcul au pire des cas.

Une feuille d'analyse des exigences fonctionnelles récapitule toutes les exigences. Le concepteur indique la valeur désirée. Le résultat de la chaîne de cotes est reporté, ce qui permet de calculer la marge. Si la marge est positive, l'exigence est vérifiée, si elle est négative, elle est indiquée en rouge car l'exigence n'est pas vérifiée. Le concepteur peut alors ajuster les tolérances des différentes pièces, jusqu'à ce que toutes les marges soient positives ou nulles, avec comme objectif de maximiser les tolérances. Une procédure de synthèse automatique des tolérances est alors possible avec un solveur [ANS 01b].

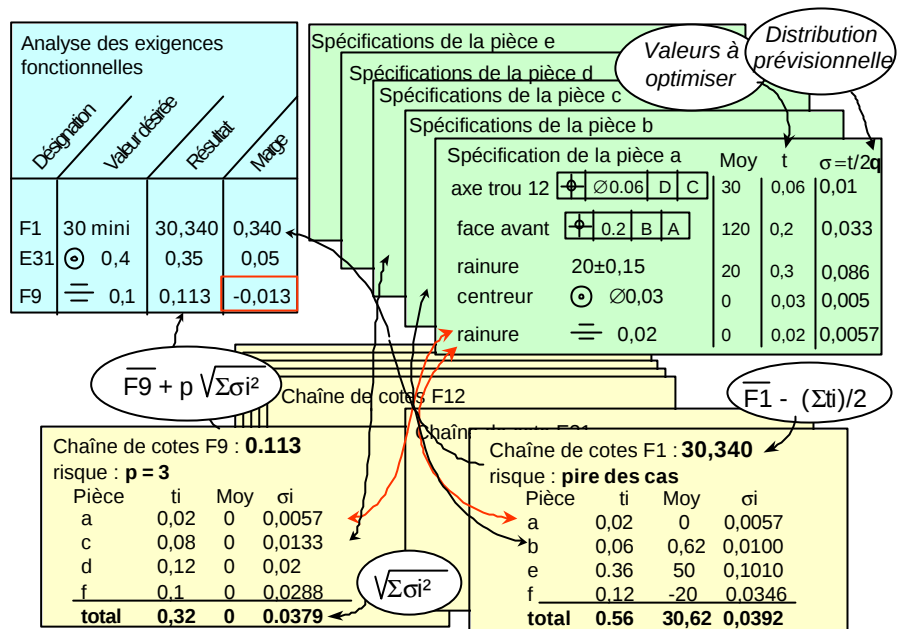


Figure 20. Gestion quantitative des tolérances

5. Conclusion

Le traitement statistique des chaînes de cotes est souvent pratiqué par les entreprises sans bien connaître les différentes hypothèses et les risques. Ce document doit permettre de choisir le mieux possible la méthode de calcul de la résultante en définissant le protocole à appliquer pour le contrôle statistique des lots en fabrication et à la réception.

L'ensemble des calculs est effectué sur des distributions prévisionnelles. Il faut notamment noter que les méthodes probabilistes sont applicables même en petites séries, car il n'y a pas de contrôle statistique des lots. La vérification de la normalité des distributions réelles des pièces n'est pas nécessaire, même pour des méthodes quadratiques et semi-quadratiques. La seule utilisation de la loi normale porte sur le calcul de p correspondant à une proportion de respect de l'exigence. Les écarts génèrent des calculs pessimistes.

Pour traiter les chaînes de cotes radiales (effet des coaxialités, des jeux radiaux, des défauts d'orientation...), il faut appliquer une méthode plus complexe basée sur la loi de Raleigh [ANS 03a]. Il existe encore d'autres méthodes, que nous avons jugées moins intéressantes [ANS 03b].

Ces études peuvent paraître complexes mais la mise en pratique reste assez simple. Les gains en tolérance peuvent être assez importants. Rappelons qu'il n'y a aucun contrôle statistique à faire avec les méthodes probabilistes et arithmétiques.

6. Bibliographie

- [ANS 00] ANSELMETTI B., "Tolérancement Fonctionnel ISO avec influence 3D". Actes du colloque IDMME 2000, Montréal, Canada, mai 2000, CD ROM.
- [ANS 01a] ANSELMETTI B., et BISSON S., "Influence des défauts de forme et d'orientation d'une surface sur l'estimation d'indicateurs d'aptitude" 4ème Congrès International Pluridisciplinaire en Qualité et Sécurité de Fonctionnement, Annecy, 22 et 23 Mars 2001, pp 231-236
- [ANS 01b] ANSELMETTI B., MAWUSSI K., MEJBRI H. "Synthesis of tolerances starting from a fuzzy expression of the functional requirements", Colloque International du CIRP sur le Computer Aided Tolerancing, pp 265-274, 24-25 avril 2001, Cachan, France.
- [ANS 03b] ANSELMETTI B., "Tolérancement : méthode de cotation fonctionnelle", collection Hermes Sciences (mai 2003).
- [ANS 03a] ANSELMETTI B., "Traitement statistique des chaînes de cotes radiales", revue deCFAO et d'Informatique graphique, avril 2003 (à paraître)
- [CRA 84] CRAPET M., "Calcul des cotes et des tolérances : rappel des notions de probabilité et de statistique", Note technique Renault, 1984.
- [RAD 03] RADOUANI M., « Contribution à la validation du modèle des chaînes de cotes ». Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2003
- [SRI 98] SRINIVASAN V., "ISO Deliberates Statistical Tolerancing" Geometric design tolerancing : theories, standards and applications. Chapman & Hall, 1998, pp77-87

Remerciements : ce travail a été partiellement soutenu dans le cadre de l'action intégrée Franco-Marocaine N° 228/SI/00